

Schöner landen im Detail, Teil 2: Ausgleiten, Ausstoßen, Auslaufen

Dieser Text ist als Ergänzung zu meinem Text 'Schöner landen mit dem Drachen' vom 23.1.2017 zu verstehen.

Bernhard Wienand

Hamburg, 15.5.2017

Inhalt	Seite
1 Was erkennt man bereits aus der Geometrie?	2
2 Was zeigen zudem die physikalischen Zusammenhänge?	2
2.1 Zusammenhänge beim Ausgleiten	2
2.2 Zusammenhänge beim Ausstoßen und Abbremsen	2
2.2.1 Stoß und Stoßkraft	2
2.2.2 Momentengleichgewicht beim Ausstoßen	4
2.2.3 Kräfte und Auslenkung beim Ausstoßen	4
2.2.4 Kräfte und Auslenkung beim Abbremsen	6
2.2.5 Ausstoßen mit Aufschießer	7
2.2.6 Auslaufen statt Ausstoßen	8
3 Landen bei Wind und Gefälle	9
4 Anhang	11
4.1 Zur Minimalgeschwindigkeit von Drachen	11
4.2 Zu Auftrieb und Trimmgeschwindigkeit	11
4.3 Zur Auslenkung beim Ausgleiten	12

1 Was erkennt man bereits aus der Geometrie?

Siehe Teil 1.

2 Was zeigen zudem die physikalischen Zusammenhänge?

Siehe Teil 1.

2.1 Zusammenhänge beim Ausgleiten

Siehe Teil 1.

2.2 Zusammenhänge beim Ausstoßen und Abbremsen

Das Ausstoßen besteht zunächst einmal aus dem vom Piloten auf das Trapez ausgeübten Stoß durch kräftiges Strecken seiner vorher angewinkelten Arme. Die Länge des Stoßweges hängt davon ab, wie breit das Trapez zu greifen ist, wie weit die Arme vorher angewinkelt waren und wie weit sie am Ende gestreckt sind.

Der Stoß S mit seinem Abstand zum Drehpunkt als Hebel h übt über das Trapez auf das Gerät ein Drehmoment (Stoßmoment M_S) aus, dem sich der Flügel durch eine Gegenkraft bzw. ein Gegenmoment M_F aufgrund seines Nickmoments, seiner die Drehung dämpfenden Fläche (Nickdämpfung) und seiner trägen Masse (Trägheitsmoment) widersetzt. Auf der anderen Seite wirkt der Stoß entgegengesetzt auf den am Kielrohr hängenden Piloten, der sich ihm durch eine Gegenkraft bzw. ein Gegenmoment M_P aufgrund seiner Masse (Trägheitsmoment) und dem Pendelmoment aus dem Gewicht des Piloten und der Bremskraft durch den Widerstand des Flügels widersetzt. Aufgrund des Momentengleichgewichts bzw. $\text{actio} = \text{reactio}$ sind die 3 Momente betragsmäßig gleich, $M_F = M_S = M_P$.

Am Ende der Stoßbeschleunigung sind die in Schwung gebrachten Massen von Gerät und Pilot wieder abzubremesen, so dass die Arme des Piloten durch eine Zugkraft gestreckt werden. Der Drehimpuls des Gerätes wird aber auch durch die Nickdämpfung der Fläche abgeschwächt.

Das Ausstoßen soll den Flügel so stark und so schnell anstellen, dass sich sein Luftwiderstand so weit erhöht, dass Gerät und Pilot auf eine möglichst geringe Restgeschwindigkeit abgebremst werden, bevor der Pilot aufgrund des dabei einbrechenden Auftriebs mit den Füßen aufsetzt. Durch den bremsenden Flügel erfährt der Pilot ein Pendelmoment nach vorne, so dass er unter dem Flügel mit den Füßen aufkommt und so das fallende Gerät gut mit seinen Schultern auffangen kann.

2.2.1 Stoß und Stoßkraft

Um zu sehen, wie weit, kräftig und schnell auszustoßen ist, damit der Flügel noch vor dem Aufsetzen die gewünschte Bremswirkung erzielt, sind die beim Ausstoßen entstehenden Kräfte und Momente in ihren Größenordnungen abzuschätzen.

Da die Trägheitsmomente von Flügel und Pilot von der Drehbeschleunigung der jeweiligen Masse abhängen, die Dämpfungskraft des Flügels von seiner Drehgeschwindigkeit, sind zunächst einmal die beim Ausstoßen auftretende Stoßgeschwindigkeit $v(t)$ und auftretende Stoßbeschleunigung $b(t)$ zu untersuchen, siehe **Bild 8**:

- Wie weit der Pilot ausstößt, wird als Ausstoßweg d_A bezeichnet. Bei einer Körpergröße von etwa 180 cm und der zum Ausstoßen optimalen Haltung kann der Ausstoßweg bis zu $d_{A,max} \approx 40$ cm betragen.

Der Ausstoßweg hängt nicht von der Ausstoßrichtung ab, aber davon, wie tief bzw. hoch man die Seitenrohre des Trapezes greift. Greift man tiefer, muss man die Arme weiter ausbreiten, was den Ausstoßweg verringert.

- Der Ausstoßwinkel $\delta_A(d_A)$ ergibt sich aufgrund des Zusammenhangs $\sin(\delta_A) \approx d_A/h$, mit h als Abstand des Ausstoßweges zur Drehachse des Flügels als Hebel. Für den Maximalwert $d_{A,max} = 40$ cm und $h = 0,9$ m wird eine Ausstoßwinkel von etwa $\delta_{A,max} \approx 26$ Grad erreicht.

Der Ausstoßwinkel verringert sich, wenn man die Seitenrohre des Trapezes tiefer greift, da dies den Abstand zum Drehpunkt erhöht.

- Wie schnell der Pilot den Weg d_A ausstößt, ist durch die Ausstoßzeit t_A anzugeben. Zwischen der Ausstoßzeit und dem Ausstoßweg besteht die Beziehung $d_A = \int v_A(t) dt$ für $t = 0$ bis t_A . Ein schnelles Ausstoßen erfolgt in $t_A \approx 1$ Sekunde.
- Die Stoßgeschwindigkeit $v_A(t) = dd_A/dt$ ist demnach:

- Bis zum Beginn des Ausstoßens und auch wieder danach $v_A(t \leq 0) = v_A(t \geq t_A) = 0$.
- Im Durchschnitt $v_{A,m} = d_A/t_A$, und beträgt für das Zahlenbeispiel oben $v_{A,m} = 0,4$ m/s.
- Auf etwa halbem Wege bzw. nach der halben Zeit maximal, nämlich ca. doppelt so hoch wie die mittlere Stoßgeschwindigkeit, $v_A(d_A/2) \approx v_A(t_A/2) \approx v_{A,max} \approx 2 * v_{A,m} = 2 * d_A/t_A$, für das Zahlenbeispiel oben $v_{A,max} = 0,8$ m/s.

- Die Stoßbeschleunigung $b_A(t) = dv_A(t)/dt$, die Veränderung von $v_A(t)$ über t , ist demnach:

- Bis zum Beginn des Ausstoßens und auch wieder danach $b_A(t \leq 0) = b_A(t \geq t_A) = 0$.
- Wegen $v_A(0) = v_A(t_A) = 0$, $v_{A,m} = d_A/t_A > 0$ und $v_A(t) = \int b(t) dt$:

Im ersten Teil mit $0 < t < t_A/2$ positiv, mit dem Mittelwert $b_{A,m,a} \approx v_{A,max}/(t_A/2) = 4 * d_A/t_A^2$ und dem Maximalwert $b_{A,max,a} \approx 2 * b_{A,m,a} = 8 * d_A/t_A^2$,

im zweiten Teil mit $t_A/2 < t < t_A$ negativ, mit dem Mittelwert $b_{A,m,e} \approx -v_{A,max}/(t_A/2)$ und dem Maximalwert $b_{A,max,e} \approx 2 * b_{A,m,e}$.

Für das Zahlenbeispiel oben ergibt sich $b_{A,m,a} \approx 1,6$ m/s² und $b_{A,max,a} \approx 3,2$ m/s².

Wie weit solche Stoßbeschleunigungen und –geschwindigkeiten von Piloten zu erreichen sind, ist anhand des Zusammenhangs $M_P = M_S = M_F$ festzustellen. Vom Betrag her muss das Stoßmoment M_S den beiden sich ihm widersetzenden Momenten gleich sein, dem des Piloten M_P aufgrund dessen Masse m_P und dem des Flügels M_F aufgrund dessen Nickmoment, Dämpfung und Massenträgheit.

Die vom Piloten aufzubringende Stoßkraft S ist vergleichbar mit der Kraft bei einem Liegestütz. Sie beträgt demnach gut das halbe Gewicht des Piloten, bei einer Pilotenmasse von 90 kg also etwa $S_{pot} = 50$ kp bzw. gut 490 N. Bei einem Hebel $h = 0,9$ m, siehe **Bild 3**, ergibt das ein Stoßmoment $M_{S,pot} = 45$ kpm bzw. 441 Nm. Der Pilot einerseits und der Flügel andererseits können vom Piloten durch seinen Stoß nur so schnell um den Drehpunkt beschleunigt werden, wie dies deren sich widersetzende Momente M_P und M_F zulassen, sie das vom Piloten maximal aufzubringende Stoßmoment des $M_{S,pot}$ nicht überschreiten, $M_P = M_F \leq M_{S,pot}$. Berechnungen hierzu finden sich weiter unten.

2.2.2 Momentengleichgewicht beim Ausstoßen

Das Momentengleichgewicht beim Ausstoßen umfasst zusätzlich zum Gleichgewicht beim Ausgleiten neben dem Pendelmoment des Piloten $M_{P,P}$ und dem Nickmoment des Flügels $M_{F,N}$ wegen der Drehbeschleunigung auch die Trägheitsmomente von Pilot und Flügel, $M_{P,T}$ und $M_{F,T}$, sowie das Dämpfungsmoment $M_{F,D}$ des Flügels:

- $M_{P,T} + M_{P,P} = - (M_{F,T} + M_{F,D} + M_{F,N})$, wobei $M_{P,T} \geq 0$ und $M_{F,T}$, $M_{F,D}$, und $M_{F,N} \leq 0$.

Ein Dämpfungsmoment des Piloten wird wegen dessen geringer Fläche von vornherein nicht berücksichtigt.

Für das Dämpfungsmoment eines Flügels $M_{F,D}$, der sich mit der Frequenz f um seine Querachse durch seinen Flächenschwerpunkt dreht, habe ich 2014 ein Excel-Programm geschrieben. Eine Stoßgeschwindigkeit $v = 0,4$ m/s, wie oben ermittelt, bei 1 m Abstand vom Drehpunkt, ähnlich dem Hebel der Stoßkraft, entspricht einer Kreisbahngeschwindigkeit mit einer Frequenz von nur gut $f = 0,06$ 1/s. Eine solche Umdrehung braucht fast 16 Sekunden. Hierfür berechnet sich für einen Flügel in Form des Fizz mit einer Fläche von $F = 14$ m² ein Dämpfungsmoment von lediglich knapp $M_{F,D} = 1$ Nm. Bei solch geringen Werten kann auch der Einfluss einer Heckflosse am Kiel, wie beim Starren Atos und beim Hochleister Combat, vernachlässigt werden. Die bei Heckflossen wahrgenommene 'Dämpfung' ist vielmehr eine Glättung kurzer Nick-Schwingungen um die Querachse durch die höhere Nick-Trägheit durch mehr Masse am Ende des Kielrohrs.

Aufgrund der geringen Drehgeschwindigkeit kann daher, neben dem Dämpfungsmoment des Piloten, auch das Dämpfungsmoment des Flügels beim Ausstoßen unberücksichtigt bleiben.

Zur weiteren Vereinfachung der mathematischen Beschreibung der Wirkungen des Ausstoßens werden die beiden folgenden ineinander übergehenden Phasen getrennt voneinander betrachtet:

- A) Das Ausstoßen am Ende des Ausgleitens mit seiner Stoßbeschleunigung, die den Flügel schnell stark anstellen soll.
- B) Die Bremsphase mit dem stark angestellten Flügel nach der Stoßbeschleunigung, in der die nach dem Ausstoßen noch bestehende Geschwindigkeit, die mit ca. 25 km/h etwas unter der Stallgeschwindigkeit $v_{\text{stall}} \approx 30$ km/h liegt, vor dem Aufsetzen so stark abgebremst werden soll, dass der Pilot
 - a) nach vorne pendelt, um besser unter den Schwerpunkt des fallenden Flügels zu kommen und so
 - b) die verbliebene Restgeschwindigkeit auslaufen kann.

2.2.3 Kräfte und Auslenkung beim Ausstoßen

Für das Ausstoßen A) am Ende des Ausgleitens ist anzunehmen, dass sich das Nickmoment des Flügels $M_{F,N}$ und das Pendelmoment des Piloten $M_{P,P}$ wie während des Ausgleitens weiter ohne nennenswerte Auslenkung des Piloten kompensieren, so dass man sich auf das Gleichgewicht der Trägheitsmomente beschränken kann, die zudem von der Geschwindigkeit v unabhängig sind:

- $M_{P,T} = m_P \cdot b_{r,P} = - M_{F,T} = m_F \cdot b_{r,F}$, mit den Kreisbahnbeschleunigungen $b_{r,P}$ und $b_{r,F}$ der Massen m_P und m_F von Pilot und Flügel.

Diese Kreisbahnbeschleunigungen ergeben sich als Produkt aus den Winkelbeschleunigungen des Piloten und des Flügels, $d\beta/dt^2$ und $d\alpha/dt^2$, und den Abständen der Massenschwerpunkte r_P und r_F der Massen m_P und m_F vom gemeinsamen Drehpunkt von Flügel und Pilot, dem Punkt der Pilotenaufhängung am Kielrohr, siehe **Bild 3**. Damit ergibt sich die Gleichung $m_P \cdot r_P \cdot d\beta/dt^2 = m_F \cdot r_F \cdot d\alpha/dt^2$ bzw. für das Beschleunigungsverhältnis $d\beta/dt^2/d\alpha/dt^2 = m_F/m_P \cdot r_F/r_P$.

Da der Weg ω einer konstant aus der Ruhe heraus beschleunigten Bewegung linear von der Beschleunigung $d\omega/dt^2$ abhängt, $\omega = 1/2 * d\omega/dt^2 * t^2$, gilt wie für das Beschleunigungsverhältnis auch für das Winkelverhältnis $\beta/\alpha = m_F/m_P * r_F/r_P$, und so für die Auslenkung des Piloten $\beta_A = m_F/m_P * r_F/r_P * \alpha_A$, unabhängig von der Stärke der Beschleunigungen. Mit dem Zusammenhang für den Ausstoßwinkel $\delta_A = \alpha_A + \beta_A$ erhält man hieraus $\beta_A = m_F/m_P * r_F/r_P * (\delta_A - \beta_A)$, und weiter

- $\beta_A = \delta_A / (1 + m_P/m_F * r_P/r_F)$.

Der Abstand des Massenschwerpunkts des Piloten vom Drehpunkt entspricht der Länge der Pilotenaufhängung, $r_P = L$. Die Abstände der Massenschwerpunkte der beiden sich um den Punkt der Pilotenaufhängung am Kielrohr drehenden Halbmassen eines Drachenflügels betragen $r_F \approx 1$ m. Damit erhält man

- $\beta_A \approx \delta_A / (1 + m_P/m_F * L/1)$,

und mit den Massen $m_P = 90$ kg und $m_F = 30$ kg sowie einer Pilotenaufhängung mit $L = 1,2$ m

- $\beta_A \approx \delta_A / 4,6$.

Bei einem Ausstoßwinkel $\delta_A = 25$ Grad gibt der Pilot nach hinten um $\beta_A \approx 5,4$ Grad nach, während der Flügel um $\alpha_A = 19,6$ Grad angestellt wird.

Diese Auslenkung ergibt sich, wie oben bereits angemerkt, unabhängig vom Ausmaß der Winkelbeschleunigungen, also unabhängig von der Schnelligkeit des Ausstoßens.

Das schnelle Ausstoßen soll also nicht etwa die träge Masse des Piloten für ein starkes Anstellen des Flügels nutzen, sondern soll durch den fast schlagartigen Übergang in den Stall ein mögliches Aufschießen aufgrund der Restgeschwindigkeit unterbinden, und ist nötig, um bei dem Verlust des Auftriebs Gerät und Pilot durch den maximal möglichen Widerstand noch vor dem Aufsetzen abbremsen zu können.

Wie schnell ein Pilot ausstoßen kann, hängt von dem Moment des Flügels M_F ab, mit dem sich der Flügel dem Stoßmoment widersetzt. Das vom Piloten zu schaffende Stoßmoment $M_{S,pot}$ muss das Moment des Flügels überwinden, so dass $M_{S,pot} \geq M_F$ gelten muss. Das Moment des Flügels setzt sich aus seinem Nickmoment und seinem Trägheitsmoment zusammen, $M_F = M_{F,N} + M_{F,T}$, siehe oben. Das Trägheitsmoment des Flügels beträgt $M_{F,T} = m_F * b_{r,F}$, mit der Kreisbahnbeschleunigung $b_{r,F}$ der Masse des Flügels m_F im Abstand r_F vom Drehpunkt, siehe oben. Wirkt die Stoßbeschleunigung b_A im Abstand H vom Drehpunkt, so beträgt die Beschleunigung der Flügelmasse m_F im Abstand r_F vom Drehpunkt $b_{r,F} = b_A * r_F/H$.

Damit ergibt sich für das zu überwindende Moment des Flügels mit seinem Trägheitsmoment in Abhängigkeit von der Stoßbeschleunigung b_A

- $M_F = M_{F,N} + M_{F,T} = M_{F,N} + m_F * b_A * r_F/H \leq M_{S,pot}$ bzw. $m_F * b_A * r_F/H \leq (M_{S,pot} - M_{F,N})$.

Die maximale Stoßbeschleunigung zu Beginn des Ausstoßens, auf die es ankommt, beträgt in Abhängigkeit vom Ausstoßweg d_A und der Ausstoßzeit t_A , siehe oben, $b_{A,max,a} \approx 8 * d_A/t_A^2$.

Aus der obigen Bedingung für das zu überwindende Moment des Flügels ergibt sich als Bedingung für die kürzest mögliche Ausstoßzeit mit $M_{S,pot} = S_{pot} * H$, S_{pot} = mögliche Stoßkraft,

- $t_{A,pot} \geq (m_F * 8 * d_A * r_F/H * 1/(S_{pot} * H - |M_{F,N}|))^{1/2}$.

Für die oben ermittelten und verwendeten Werte $m_F = 30$ kg, $d_A = 0,4$ m, $r_F = 1$ m, $H = 0,9$ m, $S_{pot} = 50$ kp und $|M_{F,N}| = 88$ Nm erhält man als kürzest mögliche Ausstoßzeit $t_{A,pot} = 0,55$ s. Für $S_{pot} = 40$ kp kann noch in $t_{A,pot} = 0,63$ s ausgestoßen werden. Eine Ausstoßzeit von $t_A = 1$ Sekunde scheint also durchaus möglich zu sein.

Aus der Ausstoßzeit t_A und der Geschwindigkeit v während des Ausstoßens lässt sich die beim Ausstoßen zurückgelegte Strecke abschätzen. Geht man von knapp $v \approx 30$ km/h ≈ 8 m/s und einer Ausstoßzeit von gut $t_A \approx 0,6$ s aus, so beträgt die Streck etwa 5 m.

2.2.4 Kräfte und Auslenkung beim Abbremsen

Die Bremsphase B) ist gekennzeichnet durch eine starke Bremswirkung aufgrund des hohen Widerstands W_F bzw. Beiwertes $c_{W,F}$ des beim Ausstoßen stark angestellten Flügels bei gleichzeitiger Abnahme des Auftriebs A bzw. Beiwertes c_A und einer weiteren Zunahme des Nickmomentbeiwertes c_M . Um dabei den hohen Anstellwinkel zu halten, sind die Arme gestreckt zu lassen.

Zu Beginn der Bremsphase unmittelbar nach dem Ausstoßen entspricht die Geschwindigkeit mit etwa 25 km/h noch annähernd der Stallgeschwindigkeit $v_{\text{stall}} \approx 30$ km/h. Am Ende der Bremsphase soll mit einer möglichst geringen Restgeschwindigkeit aufgesetzt werden.

Das Momentengleichgewicht enthält wie beim Ausgleiten keine Trägheitsmomente. Gegenüber dem Ausgleiten, bei dem der Auftrieb bei abnehmender Geschwindigkeit durch ein zunehmendes Anstellen des Flügels konstant $A = G$ gehalten wird, bleibt beim Abbremsen der Anstellwinkel nach dem Ausstoßen konstant, so dass mit der abnehmenden Geschwindigkeit alle Luftkräfte (Auftrieb, Widerstand, Nickmoment) abnehmen.

Es wird angenommen, dass der am Ende des Ausgleitens mit 35 Grad angestellte Flügel um mindestens 10 Grad auf $\alpha = 45$ Grad oder mehr bzgl. der Flügelwurzel (Kielrohr) ausgestoßen werden kann, so dass die Strömung vollständig abreißt, sofern der Flügel nicht mehr als gut 25 Grad geschränkt ist.

Da die Tragflügeltheorie anliegende Strömung voraussetzt, kann der Widerstand des Flügels nicht mehr über die Faustformel für seinen induzierten Anteil errechnet werden, nach der der Beiwert für den induzierten Widerstand mit dem Quadrat des abnehmenden Auftriebsbeiwerts ebenfalls abnehmen müsste, was bekanntlich nicht der Fall ist. Der Widerstand des Flügels nimmt mit dem Anstellwinkel tatsächlich immer mehr zu. Daher ist man bei abgelöster Strömung auf andere, aufwendige Rechenmodelle und/oder Messwerte angewiesen.

Für Anstellwinkel von mehr als 35 Grad nach dem Ausstoßen stehen mir für den Auftrieb, die Resultierende Luftkraft und das Nickmoment lediglich die Messwerte für den umgebauten SP-12 bis $\alpha = 45$ Grad bei 40 km/h zur Verfügung. Bei diesen großen Anstellwinkeln zeigen die Grafiken der Messwerte deutliche Unterschiede zwischen dem Auftrieb A und der Resultierenden Luftkraft R , so dass auch hieraus berechnete Werte für den Widerstand des Flügels $W_F = (R^2 - A^2)^{1/2}$ brauchbar erscheinen. Die Validität der Messwerte kann noch dadurch erhöht werden, dass mehrere Messungen für eine Folge von Anstellwinkeln betrachtet werden, hier für $\alpha = 34$ bis 45 Grad, siehe die folgende Tabelle. Die aus den Messwerten errechneten Beiwerte c_A , $c_{W,F}$ und c_M gelten für eine Luftdichte $\rho = 1,225$ kg/m³, die Fläche des SP-12 mit $F = 13,6$ m² und einer mittleren Flügeltiefe als Bezugsflügeltiefe $t_m = 1,13$ m:

α [Grad]	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
A [N]	1.540	1.470	1.420	1.310	1.350	1.380	1.500	1.500	1.380	1.360	1.420	1.470
R [N]	1.560	1.510	1.470	1.360	1.380	1.420	1.540	1.550	1.440	1.420	1.500	1.550
$M_{F,N}$ [Nm]	- 110	- 140	-120	- 150	- 160	- 120	- 170	- 145	- 135	- 165	- 175	- 190
W_F [N]	249	345	380	365	286	335	349	391	411	408	483	492
c_A	1,498	1,429	1,381	1,274	1,313	1,342	1,459	1,459	1,342	1,322	1,381	1,429
$c_{W,F}$	0,242	0,336	0,370	0,355	0,278	0,325	0,339	0,380	0,400	0,397	0,470	0,478
$- c_M$	0,095	0,121	0,103	0,129	0,138	0,103	0,146	0,125	0,116	0,142	0,151	0,164

Für den hier interessierenden Anstellwinkel von $\alpha = 45$ Grad durch das Ausstoßen ergeben sich durch Glättung als Beiwerte für den Auftrieb $c_A = 1,40$, für den Widerstand $c_{W,F} = 0,45$ und für das Nickmoment $c_M = - 0,15$. Wird angenommen, dass der Anstellwinkel $\alpha = 45$ Grad während des Abbremsens konstant bleibt, können mit diesen Beiwerten die Kräfte für die beim Abbremsen abnehmende Geschwindigkeit und die sich daraus ergebende Auslenkung des Piloten errechnet werden.

Wendet man diese Beiwerte für das Abbremsen mit $\alpha = 45$ Grad nach dem Ausstoßen auf die Fläche des Intermediate Laminar 14 Easy bei 25 km/h nach dem Ausstoßen an, so erhält man folgende Ergebnisse, siehe **Bild 1**:

- Das Nickmoment des Flügels M (Bügelndruck) hat nach dem Ausstoßen mit knapp 90 Nm denselben Wert wie am Ende des Ausgleitens.
- Der Auftrieb A , der beim Ausgleiten dem Gewicht $G \approx 1.180$ N entspricht, beträgt nach dem Ausstoßen nur noch 600 N.
- Der Gesamtwiderstand W von Flügel und Pilot erhöht sich von etwa 150 N am Ende des Ausgleitens auf knapp 210 N nach dem Ausstoßen.
- Während des Abbremsens sinkt man also mit einer Gleitzahl $Glz = A/W$ von knapp 3 zu Boden. Aus 0,5 m Höhe muss man also (bei Windstille) bereits nach 1,5 m mitlaufen.

Mehr Ausgangshöhe für das Abbremsen erreicht man durch ein etwas höheres Ausgleiten oder einen kleinen Aufschießer durch zeitiges Ausstoßen.

- Der Pilot, der durch das Ausstoßen um gut 5 Grad nach hinten gedrückt wurde, pendelt durch das verstärkte Bremsen um annähernd 12 Grad auf fast 7 Grad nach vorne, bis das Momentengleichgewicht wieder hergestellt ist.

Durch die Auslenkung nach vorne kann der Pilot leichter mit den Füßen unter dem Schwerpunkt des Flügels aufsetzen und das Gewicht des Flügels aufnehmen, anstatt zurück zu bleiben und dadurch ggf. auf die Knie zu fallen.

Die nötige Strecke für das Abbremsen SB kann wieder aus dem Erhaltungssatz für die Energie abgeschätzt werden, $m/2 * v^2 = W * SB$. Hier sei es allerdings so, dass der mitlaufende Pilot seine eigene Masse, und ggf. auch leicht die Masse des Gerätes, durch Druck auf den Boden abbremsen kann, so dass hauptsächlich nur die Masse des Gerätes durch den Luftwiderstand des Flügels abzubremsen ist. Dies ergibt für eine Gerätemasse $m_F = 30$ kg bei einer auf null abzubremsenden Geschwindigkeit $v = 25$ km/h = 6,94 m/s eine Bewegungsenergie von $E_v = 723$ Nm, die bei einem mittleren Widerstand des Flügels $W_{F,m} = 100$ N eine Bremsstrecke auf dem Boden von gut $SB = 7$ m erfordert. Rechnet man noch einen Bremsweg in der Luft hinzu, der bei einer Gleitzahl von annähernd 3 aus 0,5 m Höhe etwa 1,5 m beträgt, so dürfte das Abbremsen bei Windstille über eine Strecke von insgesamt 8 bis 9 m erfolgen. Der Pilot kann seine eigene Masse und ggf. Masse des Gerätes am Boden jedoch nur abbremsen, wenn er mit den Füßen etwas vor seinem Schwerpunkt und dem des Flügels aufsetzt. Das gelingt nur durch ein Vorpendeln durch einen entsprechend hohen Widerstand des Flügels nach dem Ausstoßen. Muss der Flügel auch die Masse des Piloten mit abbremsen, verlängert sich der Bremsweg auf knapp 14 m.

2.2.5 Ausstoßen mit Aufschießer

Beim Ausstoßen mit Aufschießer wird die Bewegungsenergie $E_v = m/2 * v^2$ nicht nur durch die Bremskraft K_b bzw. die Bremsenergie $E_b = K_b * s_b$, sondern zusätzlich durch die Energie für den Aufschießer $E_h = h * G = h * m * g$, die sich aus der Höhe h des Aufschießers und dem Gewicht $G = m * g$ aus der Masse m von Pilot und Gerät ergibt, abgebaut. Dadurch verkürzt sich die Bremsstrecke. Lässt man beim Aufsetzen noch eine Restgeschwindigkeit v_r zu, so ergibt sich aus der Energieerhaltung ohne Berücksichtigung der Energie aus der Fallgeschwindigkeit aus dem Aufschießer:

- $E_v = m/2 * (v_0^2 - v_r^2) = K_b * s_b + h * m * g = E_b + E_h$.

Die Höhe des Aufschießers ergibt sich dann aus

- $h = (m/2 * (v_0^2 - v_r^2) - K_b * s_b) / (m * g)$.

Da ein Aufschießer jedoch nur in dem Maße gelingt, in dem die Strömung am Flügel noch nicht abgerissen ist, sollte die Eingangsgeschwindigkeit v_0 beim Ausstoßen noch mindestens 30 km/h betragen.

Für die Bremskraft K_b des Flügels eines Intermediate auf seiner 'Flugbahn' beim Ausstoßen mit einem Anstellwinkel um die 40 Grad und einer Geschwindigkeit um 30 km/h sind etwa $K_b = 200$ N anzunehmen, siehe oben, für die Länge der Flugbahn mit Aufschießer, auf der die Bremskraft K_b wirkt, $s_b = 5$ m.

Bei einer Gesamtmasse $m = 120$ kg und einer Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 30$ km/h = 8,33 m/s beträgt die abzubauenen Bewegungsenergie ohne eine Restgeschwindigkeit $E_v = 4.167$ Nm. Hiervon werden durch die Bremsenergie $E_b = 200 * 5 = 1.000$ Nm abgebaut, so dass die Höhe des Aufschießers $h = (4.167 - 1.000)/(120 * 9,81) = 2,7$ m betragen muss, um stehend aufsetzen zu können. Allerdings mit entsprechender Fallgeschwindigkeit, wenn auch leicht gebremst. Lässt man beim Aufsetzen noch eine laufbare Restgeschwindigkeit $v_r = 18$ km/h = 5 m/s zu, so genügt ein Aufschießer mit $h = 1,4$ m. Hinzu kommt hier jedoch noch eine zu laufende Bremsstrecke von wenigen Metern.

Diese Annahmen und Berechnungen zeigen beispielhaft, in welchem Rahmen sich ein Pilot beim Ausstoßen bewegen kann. Um noch einen Aufschießer fliegen zu können, muss die Eingangsgeschwindigkeit noch über der Stallgeschwindigkeit liegen. Um nicht aus einem hohen Aufschießer zu fallen bzw. um mit möglichst geringer Restgeschwindigkeit aufsetzen zu können, sollte die Eingangsgeschwindigkeit beim Ausstoßen wiederum so niedrig wie möglich sein. Für eine geringe Fallhöhe versuchen die Piloten auch, zum Aufschießer aus einer möglichst geringen Höhe beim Ausgleiten auszustoßen. Stößt man dann jedoch zu spät aus, so dass ein Aufschießer ausbleibt, landet man leicht auf den Knien.

Neben einer Verkürzung der Bremsstrecke ist durch einen Aufschießer auch zu erreichen, dass der Pilot aufgrund der Fliehkraft aus der nach oben gezogenen Flugbahn weiter aufgerichtet wird, so dass er selbst dann noch auf die Füße fällt, wenn er sich mit dem Gurtzeug nicht genügend hat aufrichten können.

2.2.6 Auslaufen statt Ausstoßen

So elegant eine Landung mit abschließendem kleinen Aufschießer auch aussieht, das hierfür genau passende Ausstoßen verlangt ein sehr gutes Gespür für das Gerät und eine Portion Kunstfertigkeit, denn sonst kann die Sache auch leicht schiefgehen.

Wer das Risiko des Ausstoßens nicht eingehen mag, muss und kann die Bewegungsenergie beim Aufsetzen mit etwa 30 km/h auslaufen. Dazu beginnt man bereits unter dem noch tragenden Flügel mitzulaufen, anfangs noch mit getragen in großen raumgreifenden Schritten, dann, langsamer werdend, immer mehr mit den Beinen das eigene Körpergewicht aufnehmend, bis sich am Ende, auf den letzten Metern, auch der Flügel mit seinem Gewicht auf die Schultern des Piloten setzt. Dabei benutzt der Pilot den Flügel zunehmend zum Bremsen, auch für sich, indem er ihn kontinuierlich noch weiter anstellt.

Ein solches Mitlaufen ist allerdings nur möglich, wenn der Pilot gut aufgerichtet in seinem Gurtzeug unter dem Drachen hängt, denn ein Vorpendeln durch das starke Bremsen und einen evtl. Aufschießer beim Ausstoßen entfällt. Daher kommt es gerade beim Auslaufen auf ein gut aufrichtendes Gurtzeug an.

Soll ein Drachen (Intermediate mit 14,5 m² und 30 kg) sich und einen Piloten von 90 kg noch mit 30 km/h tragen, was nach den Testberichten des DHV möglich sein soll, ist ein maximaler Auftriebsbeiwert von $c_{A,max} \approx 1,9$ erforderlich. Flügel ohne Auftriebshilfen, wie z.B. Klappen, erreichen jedoch nur Beiwerte von $c_{A,max} \approx 1,5$, so dass die in den Testberichten genannten

Minimalgeschwindigkeiten von 30 km/h fragwürdig erscheinen, sie müssten m.E. zwischen 33 und 36 km/h liegen.

Nimmt man an, dass die Fläche beim Auslaufen so angestellt ist, dass ihr mittlerer Beiwert für den Auftrieb $c_{A,m} = 1,5$ beträgt, so werden mit abnehmender Geschwindigkeit v vom Flügel noch getragen bzw. sind vom Piloten zu tragen:

v	[km/h]	30	25	20	15	10	5
Vom Flügel getragene Masse	[kg]	94	66	42	24	11	3
Vom Piloten zu tragende Masse des Flügels	[kg]	0	0	0	6	19	27
Masse des Piloten	[kg]	26	54	78	90	90	90

Bis 17 km/h braucht der Pilot den Flügel nicht zu tragen und wird selbst noch entlastet. Danach muss er sein eigenes Gewicht voll tragen und zunehmend auch das des Flügels schultern.

Lässt sich der Pilot beim aktiven Auslaufen selbst auch vom Flügel bremsen, so beträgt die abzubauenende Bewegungsenergie bei 30 km/h $E_v = m/2 * v^2 = 60 * 8,33^2 = 4.167 \text{ Nm}$. Beträgt der bremsende Widerstand von Flügel (und Pilot) im Durchschnitt 150 N, ergibt sich als Auslaufstrecke $4.167/150 = 28 \text{ m}$. Durch leichtes Bremsen des Piloten kann die Strecke um einige Meter auf z.B. 24 m verkürzt werden. Bei einer mittleren Geschwindigkeit von 4 m/s kommt man auf eine Auslaufzeit von 6 Sekunden.

Das Auslaufen erscheint mir demnach durchaus eine geeignete Alternative zum Ausstoßen zu sein, geht aber auch nicht von selbst. Es ist schon mit einer gewissen Anstrengung verbunden, insbesondere bei Windstille.

3 Landen bei Wind und Gefälle

Bei allen bisherigen Betrachtungen des Landens wurden Windstille und eine horizontale Landefläche angenommen. An Flugtagen wird man aber i.d.R. leichten Bodenwind haben und Landeflächen haben oft ein leichtes Gefälle.

Für das Aufsetzen mit den Füßen ist die Geschwindigkeit über Grund v_G maßgeblich. Sie ergibt sich aus der Flug- bzw. Anströmgeschwindigkeit v und dem Gegenwind w : $v_G = v - w$. Lässt sich die Fluggeschwindigkeit beim Ausgleiten auf 30 km/h reduzieren, setzt man bei einem Gegenwind $w > 20 \text{ km/h}$ mit nur noch $v_G < 10 \text{ km/h}$ auf, was ein Ausstoßen erübrigt. Bei stärkerem Gegenwind sollte man mit erhöhter Geschwindigkeit anfliegen und ausgleiten und keinesfalls ausstoßen. Selbstverständlich ist eine Landung mit Rückenwind $w < 0$ zu vermeiden. Die Windrichtung und -stärke lässt sich durch Kreisen über der Landefläche gut einschätzen.

Da die Luftkräfte am Flügel von seiner Umströmung erzeugt werden, ist die Ausgleitzeit t_{SG} vom Bodenwind unabhängig. Die Ausgleitstrecke wird durch Gegenwind w [m/s] verkürzt auf $SG_w = SG - t_{SG} * w$, mit SG = Ausgleitstrecke bei Windstille. Beträgt die Ausgleitzeit z.B. $t_{SG} = 2 \text{ s}$ und die Ausgleitstrecke bei Windstille $SG = 20 \text{ m}$, so beträgt sie z.B. bei $w = 18 \text{ km/h} = 5 \text{ m/s}$ $SG_{18\text{km/h}} = 10 \text{ m}$, bei $w = 9 \text{ km/h} = 2,5 \text{ m/s}$ $SG_{9\text{km/h}} = 15 \text{ m}$.

Bei einer ansteigenden Landefläche wird die Bewegungsenergie E_v außer durch den bremsenden Luftwiderstand von Flügel und Pilot auch durch die Hubarbeit E_h abgebaut, siehe oben zum Aufschießer, so dass sich die Ausgleitzeit wie auch die Ausgleitstrecke verkürzen. Dabei ergibt sich die Hubarbeit aus $E_h = G * h = m * 9,81 * h$, mit h = Hubhöhe.

Steigt die Landefläche z.B. auf einer Strecke $s = 10 \text{ m}$ um $h = 1 \text{ m}$ an, hat sie also ein Gefälle von 10%, und haben Flügel + Pilot eine Masse $m = 120 \text{ kg}$, so beträgt die Hubarbeit $E_h = 1.177 \text{ Nm}$. Bei einem Luftwiderstand $W = 150 \text{ N}$ von Flügel + Pilot während des Ausgleitens, siehe oben, wird auf der Strecke von 10 m durch den Bremswiderstand eine Energie $E_b = W * s = 1.500 \text{ Nm}$ verbraucht, also nicht sehr viel mehr als durch die Hubarbeit. Unter diesen

Bedingungen werden sowohl die Ausgleitzeit als auch die Ausgleitstrecke annähernd halbiert. Dies wird sonst nur durch einen Gegenwind von ca. 15 km/h erreicht. Statt auszustoßen genügt es, den Flügel beim Ausgleiten immer weiter bis zum Stall anzustellen.

Bei einer stärker ansteigenden Landefläche (Hanglandung) sollte man mit etwas höherer Geschwindigkeit anfliegen, um nicht versehentlich im Langsamflug kurz vorm Stall stumpf auf dem Hang aufzukommen.

Bei einer abfallenden Landefläche kommt zu der durch den Luftwiderstand W bzw. die Bremsenergie $E_b = W \cdot s$ auf der Strecke s abzubauenen Bewegungsenergie E_v die Hubarbeit E_h auf dieser Strecke hinzu, was pro Strecke s einer Reduzierung der Bremsenergie $E_b = W \cdot s$ um die Hubarbeit entspricht, so dass sich Ausgleitstrecke und Ausgleitzeit verlängern. Als reduzierte Bremsenergie mit der reduzierten Bremskraft K_b verbleibt $K_b \cdot s = W \cdot s - E_h$. Dies ergibt die gegenüber W reduzierte Bremskraft $K_b = W - E_h/s$. Beträgt die horizontale Ausgleitstrecke $SG_{h=0} = E_v/W$, beträgt sie bei abfallender Landefläche $SG_h = E_v/K_b$, so dass $SG_h/SG_{h=0} = W/K_b$.

Unter obigen Bedingungen, also mit $E_h = 1.177$ bei $h = 1$ m auf $s = 10$ m, also bei 10% Gefälle, verbleiben von dem Luftwiderstand $W = 150$ N als Bremskraft $K_b = 150 - 1.177/10 = 32,3$ N, so dass sich die Ausgleitstrecke um den Faktor $W/K_b = 150/32,3 = 4,6$ verlängert. Bei 5% Gefälle beträgt die verbleibende Bremskraft $K_b = 150 - 1.177/20 = 91,2$ N, so dass sich die Ausgleitstrecke um den Faktor $W/K_b = 150/91,2 = 1,7$ verlängert. Gleicht die zugeführte Hubarbeit den Betrag der Bremsenergie aus, $E_h = E_b$, werden Ausgleitstrecke und Ausgleitzeit unendlich lang. Das Gefälle entspricht dann der Gleitzahl des Gerätes. Dies wäre bei einer Masse $m = 120$ kg und einem Widerstand $W = 150$ N bei einer Hubhöhe $h = 1.500/(120 \cdot 9,81) = 1.500/1.177 = 1,27$ m auf $s = 10$ m der Fall, also bei 12,7% Gefälle. Dem entspricht eine Gleitzahl $Glz = 10/1,27 = 7,85$. Bei Gegenwind, der die Gleitzahl reduziert, kann auch noch bei mehr Gefälle gelandet werden. Eine Gleitzahl bzw. Flugstrecke bei einer Fluggeschwindigkeit von 36 km/h wird z.B. durch einen Gegenwind von 18 km/h halbiert. Bei 10% Gefälle beträgt die Ausgleitstrecke dann zwar nicht mehr das 4,6-fache, aber immer noch das 2,3-fache der horizontalen Ausgleitstrecke. Daher sollte man Landungen hangabwärts vermeiden und sich im Zweifel eher nach dem Gefälle richten als nach dem Wind, also hangaufwärts landen.

Entsprechend der längeren Ausgleitzeit und Ausgleitstrecke muss der Anstellwinkel beim Ausgleiten bei einer abfallenden Landefläche langsamer erhöht werden, um die Höhe über dem Boden (mit den Füßen gut 0,5 m) zu halten.

Geringe Gefälle, die bereits deutlich die Ausgleitstrecke verlängern, sind aus der Luft nur schwer zu erkennen. Man kann jedoch von Vermutungen anhand des Geländes ausgehen.

4 Anhang

4.1 Zur Minimalgeschwindigkeit von Drachen

In den Testberichten des DHV wird für Drachen durchweg eine Minimalgeschwindigkeit um die 30 km/h genannt. Hieraus errechnet sich aus $A = G = m \cdot 9,81 = c_A \cdot \rho/2 \cdot v^2 \cdot F$ für eine Masse von Gerät + Pilot $m = 120$ kg, eine Luftdichte $\rho = 1,225$ kg/m³, eine Fläche $F = 14,5$ m² und die geringe Minimalgeschwindigkeit $v_{\min} = 30$ km/h = 8,33 m/s ein maximaler Auftriebsbeiwert $c_{A,\max} = 1,91$, der unrealistisch hoch ist.

Übliche Flügel (Profil, Streckung, Pfeilung ...) ohne Auftriebshilfen (Klappen ...) erreichen unter üblichen Bedingungen (Reynoldszahl, Rauigkeit ...) einen Beiwert $c_{A,\max} \leq 1,5$, der gegenüber 1,9 eine fast 15% höhere Minimalgeschwindigkeit verlangt.

Aus den mir bekannten Ergebnisse von Messfahrten des DHV für 40 km/h errechnen sich $c_{A,\max} = 1,3$ bis 1,5, siehe oben.

Wikipedia nennt, unter Bezug auf den 1. Band Aerodynamik des Flugzeugs von Schlichting und Truckenbrodt vom 27.11.2000, für den maximalen Auftriebsbeiwert eines Profils in Abhängigkeit von der Profilwölbung f , dem Nasenradius r , der Profildicke d und der Profiltiefe t die Faustformel $c_{a,\max} = 12 \cdot (f + r + d/2)/t + 0,2$. Bei einem Drachenprofil mit der Wölbhöhe $f = 0,08$ m, dem Nasenradius $r = 0,03$ m, der Dicke $d = 0,15$ m und der Tiefe $t = 1,5$ m ergibt sich damit der Beiwert $c_{a,\max} = 1,68$. Der maximale Auftriebsbeiwert für einen Flügel der Streckung Str ergibt sich hieraus aufgrund einer weiteren Faustformel: $c_{A,\max} = c_{a,\max} \cdot Str/(Str + 2)$. Bei einer Streckung $Str = 7$, wie sie für Flexible üblich ist, erhält man demnach $c_{A,\max} = 1,3$.

All dies lässt vermuten, dass die Minimalgeschwindigkeit von Drachen 10-20% über 30 km/h liegt.

Nach seiner Auskunft im November 2013 verwendete Christof Kratzner bei seinen Testflügen jeweils 2 handelsübliche Fahrtmesser, ein Flytec Vario und einen Skywatch Fahrtmesser. Durch Variation seines Einhängengewicht von 86 bis 99 kg versuchte er stets, den Mittelwert zwischen minimalem und maximalem Startgewicht zu erreichen. Die Messergebnisse notierte er während des Flugs per Diktiergerät. Wegen der Messungenauigkeiten sind die Ergebnisse, wie Christof meinte, auch nur als Anhaltspunkte zu verstehen.

Genau genommen liegt die Minimalgeschwindigkeit beim Ausgleiten auch noch etwas über der im Gleitflug, da im Gleitflug das Gewicht G durch die etwas höhere Resultierende Luftkraft aus Auftrieb und Widerstand ausgeglichen wird, $R = (A^2 + W^2)^{1/2} = G$, im Gleitflug dagegen allein durch den Auftrieb, $A = G$. Der Widerstand W wird zum Bremsen genutzt.

Ein Bodeneffekt entsteht erst, wenn die Flügelhinterkante weniger als die Flügeltiefe vom Boden entfernt ist, kann also für das Landen (und Starten) mit dem Drachen als 'Hochdecker' vernachlässigt werden.

4.2 Zu Auftrieb und Trimmgeschwindigkeit

Die bei $v = 40$ km/h gemessenen Auftriebswerte liegen für beide Geräte für $\alpha = 27$ Grad, bezogen auf das Kielrohr (wobei beide Geräte keine Kieltasche haben), deutlich über den Sollwerten $A = G$, so dass die Trimmgeschwindigkeiten $v_{\text{trim},27^\circ}$ unter 40 km/h liegen müssen, beim Laminar 14 Easy bei 36,5 km/h mit einem Stabilitätsmaß $\sigma \approx 4\%$, beim SP-12 bei knapp 36 km/h mit einem Stabilitätsmaß $\sigma \approx 7\%$. Die Trimmgeschwindigkeiten ergeben sich aus der Beziehung $v_{\text{trim},27^\circ} = 40 \text{ km/h} \cdot (G/A_{M=0,40\text{km/h}})^{1/2}$ [km/h]. Das Stabilitätsmaß für Nick-Stabilität ergibt sich aus der Beziehung $\sigma = (x_N - x_S)/t_m$, mit der Schwerpunktvorlage $x_N - x_S = M_{A=0}/A_{M=0}$, wobei

beim Ausgleiten $A_{M=0} = G$ (im Trimmflug $A \approx R = G$), und der mittleren Flügeltiefe $t_m = \text{Fläche}/\text{Spannweite}$ als Bezugsflügeltiefe t_B , $t_m \approx t_B$.

Soll die Trimmgeschwindigkeit, wie hier gewünscht, zu Anfang des Ausgleitens bei 40 km/h liegen, muss mit kleinerem Anstellwinkel durch mehr Schwerpunktvorlage zur Kompensierung des Nickmoments geflogen werden:

- Der Laminar 14 Easy bei einem Gradienten $dc_A/d\alpha = 0,0555/\text{Grad}$ mit $\alpha_{\text{trim},40\text{km/h}} \approx 23$ Grad bei einem Stabilitätsmaß $\sigma \approx 4,8\%$ und einem bei $dM_{F,N}/d\alpha \approx -3,5$ Nm/Grad zu kompensierenden Nickmoment von 14,0 Nm,
- der SP-12 bei einem Gradienten von ebenfalls $dc_A/d\alpha = 0,0555/\text{Grad}$ mit $\alpha_{\text{trim},40\text{km/h}} \approx 22$ Grad bei einem Stabilitätsmaß $\sigma \approx 8,5\%$ und einem bei $dM_{F,N}/d\alpha \approx -4,5$ Nm/Grad zu kompensierenden Nickmoment von 22,5 Nm.

Die Schränkung Flexibler nimmt mit geringerer Belastung, nämlich mit nur G (statt $R > G$ bei Messungen mit $v > 30$ km/h), ab, was die Leistung des Flügels erhöht. Gegenüber den obigen Umrechnungen kann mit $M_{F,N} = 0$ entweder noch etwas langsamer oder bei 40 km/h mit einem noch etwas kleineren Anstellwinkel geflogen werden. Das Ausmaß dieser Verformung hängt von der Steifheit der Struktur und der Dehnbarkeit des Tuches ab. Da dies bisher nicht untersucht worden ist, muss dieser Einfluss hier unberücksichtigt bleiben.

4.3 Zur Auslenkung beim Ausgleiten

Für kleine Auslenkwinkel β , wie sie beim Landen normalerweise vorkommen, lassen sich auch vereinfachte Gleichungen aufstellen, die sich nach β auflösen lassen, und aus denen sich β näherungsweise errechnen lässt.

Eine solche Gleichung erhält man, wenn man bedenkt, dass $\cos(\beta)$ für kleine β annähernd 1 ist, $\cos(0) = 1$:

- $M_{P,P} \approx (G_P \cdot \sin(\beta) - B_P) \cdot L = -M_{F,N}$,
mit $G_P = A/(1 + m_F/m_P)$ und $B_P = W_P - W_F/(1 + m_F/m_P)$.

Hieraus ergibt sich näherungsweise für den Auslenkwinkel:

- $\beta \approx \arcsin((-M_{F,N}/L + B_P)/G_P)$.

Die Größe des Fehlers aus solchen Gleichungen sieht man, wenn man den näherungsweise errechneten Wert von β in die korrekte Gleichung für $M_{P,P}$ einsetzt. Da die hohe Gewichtskraft G_P mit dem genauen Faktor $\sin(\beta)$ multipliziert wird und nur die viel geringere Bremskraft B_P mit einem etwas zu großen Faktor 1 statt $\cos(\beta) \approx 1$, ist mit einem entsprechend geringen Fehler zu rechnen.

Da $\sin(\beta)$ für kleine β annähernd 0, $\sin(0) = 0$, käme formal auch die Gleichung $M_{P,P} \approx -B_P \cdot \cos(\beta) \cdot L = -M_{F,N}$ zur näherungsweisen Berechnung von $\beta = \arccos(-M_{F,N}/(L \cdot B_P))$ infrage. Da hier jedoch durch den gegenüber $\sin(\beta) \approx 0$ zu kleinen Faktor 0 die mit Abstand größte Einflussgröße G_P ausgeschaltet wird, ist hier mit einem zu großen Fehler zu rechnen.

Einen weiteren einfachen und anschaulichen Zusammenhang für das Momentengleichgewicht $M_{P,P} = -M_{F,N}$ bei kleinen Auslenkwinkeln β erhält man, wenn man berücksichtigt, dass der von der Pilotenaufhängung übertragene Zug in Richtung der Aufhängung, also im Winkel β , verlaufen muss. Dadurch ergibt sich bei einer Auslenkung β aus der stets senkrecht wirkenden Gewichtskraft G_P durch den Zusammenhang $K_R/G_P = \tan(\beta)$ eine waagerecht wirkende Rückstellkraft K_R mit dem Betrag $K_R = \tan(\beta) \cdot G_P$. Diese waagerechte Rückstellkraft muss die anderen auf den Piloten wirkenden waagerechten Kräfte, die Bremskraft B_P sowie die waagerechte Komponente der Tangentialkraft aus dem Nickmoment $K_M = -M_{F,N} \cdot \cos(\beta)/L$, für

die wieder wegen $\cos(\beta) \approx 1$ für kleine β näherungsweise $K_M \approx -M_{F,N}/L$ geschrieben werden kann, ausgleichen:

- $K_R = \tan(\beta) \cdot G_P = K_M + B_P = -M_{F,N}/L + B_P$.

Hieraus ergibt sich näherungsweise für den Auslenkwinkel:

- $\beta \approx \arctan((-M_{F,N}/L + B_P)/G_P)$.

Bei der Bestimmung des Auslenkwinkels ist zu beachten, dass für die Lage des Schwerpunkts des Piloten wegen der gegenseitigen Abhängigkeiten immer die Gesamtbilanz der Momente berücksichtigt werden muss. Nur dann, wenn keine Auslenkung durch weitere Kräfte erfolgt, kann auch ein senkrecht hängender Pilot als Anfangslage angenommen werden. Eine einfache Summierung der Auslenkungen der einzelnen Kräfte und Momente führt zu einer falschen (ungenauen) Gesamtauslenkung. Dieser Fehler nimmt mit dem Ausmaß der Auslenkung zu.

Zur besseren Veranschaulichung sind in den Bildern übergroße Auslenkwinkel dargestellt, wie sie in der Praxis nicht vorkommen.

Wichtig bei den Berechnungen ist auch die Einhaltung einer Vorzeichenregelung. Bei den Ausgangsvektoren wurde hier vom stets positiven absoluten Betrag ausgegangen, die Richtung ihrer Wirkung wurde dann mit einem Vorzeichen versehen. Die Beträge der Ausgangsmomente wurden dagegen von vornherein mit einem Vorzeichen für ihre Wirkung versehen.